

UNIVERSITE PAUL SABATIER

SCIENCES

TOULOUSE III

U.F.R. MATHEMATIQUE INFORMATIQUE GESTION

**LICENCE MIA Mention
MATHEMATIQUES Spécialité
MATHEMATIQUES
POUR LE PROFESSORAT
D'ENSEIGNEMENT SECONDAIRE
3^{ème} Année**

PRESENTATION DES ENSEIGNEMENTS

Syllabus

Année Universitaire 2004-2005

"LA LICENCE DE MATHÉMATIQUES POUR LE PROFESSORAT D'ENSEIGNEMENT SECONDAIRE" – (MAPES)

PRESENTATION DE LA FORMATION

La Licence de MAPES a été créée en vue de fournir un enseignement plus orienté vers la préparation aux concours CAPES, CAFEP, etc. ...

L'obtention de cette Licence ne donne pas un droit automatique à l'inscription en Maîtrise, inscription qui est soumise à l'examen du dossier. En revanche, elle offre un titre privilégié dans le cas où l'on sollicite une inscription à l'IUFM.

CONDITIONS D'INSCRIPTION

- Accès de plein droit aux étudiants titulaires d'un DEUG Sciences de l'Université Paul Sabatier.

- Accès sur dossiers examinés par la Commission de Scolarité. Ceci concerne:

a) les étudiants titulaires d'un DEUG obtenu dans une autre université,

b) les étudiants titulaires d'un BTS ou DUT à dominante Mathématique et Informatique,

c) les étudiants des classes préparatoires aux grandes écoles et les étudiants des grandes écoles toulousaines,

d) les étudiants étrangers titulaires d'un diplôme équivalent au DEUG.

Mathématiques pour le professorat d'enseignement secondaire (MAPES) – 1LMAP

Responsable : J. GRIFONE

ORGANISATION DES ENSEIGNEMENTS

Description de la licence pour la MAPES

Les modules sont semestriels.

Au Premier semestre :

1L5MP1M : Analyse I, 36 h de cours et 60 h de TD

1L5MP2M : Algèbre et géométrie I, 36 h de cours et 60 h de TD

1L5MP3M : Probabilités et statistiques, 18 h de cours et 24 h de TD

1L5MP4M : Méthodes informatiques pour les mathématiques I, 24 h de TD

1L5MP5M : Langues vivantes, 24 h de TD

Au deuxième semestre :

1L6MP1M : Analyse II, 36 h de cours et 60 h de TD

1L6MP2M : Algèbre et géométrie II, 36 h de cours et 60 h de TD

1L6MP3M : Analyse numérique, 18 h de cours et 24 h de TD

1L6MP4M : Méthodes informatiques pour les mathématiques II, 24 h de TD

1L6MP5M : Modules d'ouverture (projet), 80 h

1L6MP6M : Langues vivantes, 24 h de TD

Responsable de la formation

Joseph GRIFONE, Professeur

U.F.R. M.I.G. (Mathématiques/Informatique/Gestion)

e mail : grifone@picard.ups-tlse.fr

Secrétariat pédagogique

Madame RIVERE Béatrice, salle B07, Bât. 1TP1. Tel. 05 61 55 60 69

e mail : rivere@adm.ups-tlse.fr

Espaces normés, espace de Hilbert, théorie des fonctions continues

1. Espaces normés

- Normes et distances associées,
- Topologie canonique des espaces normés de dimension finie et théorème de finitude de F. Riesz,
- Continuité, convergence, suites de Cauchy, espaces complets et théorème du point fixe de Picard,
- Applications linéaires continues,
- Compacité et connexité.

2. Espaces de Hilbert

- Produits scalaires euclidien et hermitien,
- Géométrie des espaces de Hilbert : Inégalités de Schwarz et Minkowski. Identité du parallélogramme. Orthogonalité. Théorème de projection et théorème de représentation de F. Riesz,
- Systèmes orthogonaux et Bases hilbertiennes : Inégalité de Parseval et inégalité de Bessel. Procédé d'orthonormalisation de Hilbert-Schmidt. Existence de base hilbertienne dans un espace de Hilbert séparable.

3. Séries de fonctions continues

- Séries de fonctions continues : Convergence uniforme et convergence normale. Application à l'espace des fonctions continues sur un compact.
- Séries entières : Lemme d'Abel, rayon de convergence et formule de Cauchy-Hadamard,
- Séries de Fourier : Le système trigonométrique est complet. Théorème de Fejér. Théorème de Dirichlet-Jordan. Applications.

MODULE : ALGEBRE ET GEOMETRIE I – 1L5MP2M

(36h cours, 60h TD)

GROUPES

- Généralités sur les groupes, morphisme de groupes. Sous-groupe engendré par des éléments, groupe cyclique. Ordre d'un groupe et d'un élément. Groupe symétrique.
- Sous-groupe distingué. Groupe quotient. Théorème de Lagrange. Décomposition canonique d'un morphisme. Théorèmes d'isomorphisme.
- Groupe opérant sur un ensemble. Formule des classes. Produits semi-directs. Groupes d'isométries du plan et de l'espace.
- Groupes abéliens de type fini.

ANNEAUX ET CORPS

- Anneau intègre, corps. Morphisme d'anneaux. Idéal, anneau quotient. Idéal premier, idéal maximal. Caractéristique d'un anneau et d'un corps. Corps des fractions d'un anneau intègre.
- Anneau des entiers \mathbb{Z} . Anneau euclidien, anneau principal. Arithmétique dans un anneau principal. Théorème de Bezout.
- Anneau de polynômes à une indéterminée. Racine. Division euclidienne. Décomposition en facteurs irréductibles. Corps algébriquement clos. Corps finis.

MODULE : PROBABILITES ET STATISTIQUES – 1L5MP3M
(18h cours, 24h TD)

I – Espaces de probabilités

- 1) Expérience aléatoire,
- 2) Evènements aléatoires, tribus,
- 3) Probabilités.

II – Probabilités conditionnelles, indépendance

- 1) Probabilités conditionnelles,
- 2) Indépendance,
- 3) Lemme de Borel-Cantelli.

III – Variables aléatoires discrètes

- 1) Variables aléatoires discrètes,
- 2) Lois discrètes,
- 3) Espérance et variance,
- 4) Vecteurs aléatoires discrets,
- 5) Indépendance,
- 6) Fonctions génératrices.

IV – Variables aléatoires continues

- 1) Variables aléatoires continues,
- 2) Lois continues,
- 3) Espérance et variance,
- 4) Transformations,
- 5) Vecteurs aléatoires continus,
- 6) Indépendance
- 7) Fonctions caractéristiques.

V – Convergences

- 1) Convergences,
- 2) Loi des grands nombres,
- 3) Théorème limite centrale,
- 4) Approximations.

VI – Vecteurs gaussiens

- 1) Introduction,
- 2) Indépendance,
- 3) Transformations linéaires,
- 4) Khi-deux, Student, Fisher,
- 5) Théorème de Cochran.

VII – Estimation, intervalles de confiance

- 1) Estimation,
- 2) Intervalles de confiance.

VIII – Tests

- 1) Test sur la moyenne,
- 2) Test sur la variance,
- 3) Comparaison de deux moyennes,
- 4) Comparaison de deux variances.

MODULE : METHODES INFORMATIQUES POUR LES MATHS I – 1L5MP4M
24h TD

1. Modéliser et résoudre des problèmes de Mathématiques,
2. Illustrer certains domaines des Mathématiques développés dans les autres modules de la licence, et ceci à l'aide d'un logiciel de Calcul Formel ou Numérique.

Les thèmes abordés sont destinés à la formation de futurs enseignants du secondaire.

Par exemple :

- arithmétique,
- géométrie,
- algèbre linéaire,
- courbes et surfaces,
- approximation.

Les logiciels utilisés sont Maple et/ou Matlab et quatre thèmes seront étudiés dans le semestre.

MODULE : LANGUES VIVANTES – 1L5MP5M
(24 h de TD)

Responsable Administratif : M. KHADAROO
khadaroo@cict.fr
☎ 05.61.55.87.52

Evaluation :

2 contrôles continus et un examen terminal.

L'expression et la compréhension à l'oral et à l'écrit seront évaluées.

Contenu :

Familiarisation avec les chiffres, formules, équations en anglais.

Les textes étudiés en cours traitent de maths et des sciences. Il est fortement conseillé aux étudiants de s'habituer à la lecture de revues scientifiques en Anglais.

1. Calcul intégral, calcul différentiel réel et complexe

- Rappel sur les intégrales de Riemann,
- Intégrale de Riemann-Stieljes,
- Intégrale de Lebesgue dans \mathbb{R} .

2 .Calcul différentiel réel et équations différentielles

- Fonctions différentiables et notion de différentielle en dimension finie.
- L'inégalité des accroissements finis et applications .
- Equations différentielles linéaires et systèmes différentiels linéaires : Le théorème d'existence et d'unicité de solutions maximales. Notion de résolvante.
- Equations différentielles non linéaires : Le théorème de Cauchy Lischitz. Etude de quelques exemples d'équations non linéaires (phénomène d'explosion en temps fini).
- Quelques méthodes de résolution de certaines équations différentielles : méthodes de variation de la constante, des coefficients indéterminés et utilisation des séries entières.
- Exemples classiques : Equations d'Euler, équations de Bernouilli, équations de Ricatti.

3. Fonctions holomorphes

- Equations de Cauchy-Riemann. Transformations conformes.
- Formule et théorème de Cauchy dans un domaine étoilé.
- Théorème des résidus et application au calcul des intégrales simples.

MODULE : ALGÈBRE ET GÉOMÉTRIE II – 1L6MP2M
(36h cours, 60h TD)

RAPPELS ET COMPLÉMENTS DE GÉOMÉTRIE EUCLIDIENNE

- Orientation d'un espace vectoriel. Angle de deux vecteurs dans le plan et dans l'espace. Produit vectoriel.
- Espaces euclidiens. Décomposition polaire. Projection orthogonale. Méthode des moindres carrés. Décomposition canonique des isométries vectorielles. Décomposition d'une isométrie selon les sous-espaces stables. Sous-groupes finis de $O(3)$.

GÉOMÉTRIE AFFINE

- Espaces affines. Sous-espaces affines. Barycentre. Applications affines.
- Quelques théorèmes célèbres de géométrie affine (Thalès, Menelaüs, Desargues, etc)
- Géométrie affine euclidienne. Décomposition canonique. Classification des isométries dans le plan et dans l'espace. Groupes discrets de symétries d'un sous-ensemble borné de \mathbb{R}^3
- Géométrie du triangle et du cercle.

CONIQUES

- Classification des coniques.
- Foyers et directrice. Définition bifocales des ellipses et hyperboles. Propriétés et construction des tangentes aux coniques.

GÉOMÉTRIE DIFFÉRENTIELLE

- Courbes en paramétriques dans le plan. Courbes en polaires.
- Propriétés métriques des courbes. Courbes rectifiables. Trièdre de Frenet. Théorème d'existence et unicité des courbes dans l'espace à courbure et torsion donnée.

MODULE : ANALYSE NUMERIQUE – 1L6MP3M
(18h cours, 24h TD)

Rappels et compléments sur les matrices :

- Exemple modèle de système linéaire.
- Espaces hermitiens.
- Réduction des matrices.

Spectre d'une matrice, théorème de Gershgorin-Hadamard.

Normes matricielles :

- Exemples de normes matricielles particulières.
- Comparaison entre norme et rayon spectral.
- Conditionnement d'une matrice.

Méthodes de résolution des systèmes linéaires (Gauss, Cholesky, Householder).

Approximation dans un espace préhilbertien :

- Polynômes orthogonaux.
- Méthode des moindres carrés.

Intégration numérique (méthode des trapèzes, Simpson ...)

MODULE : METHODES INFORMATIQUES POUR LES MATHS – 1L6MP4M
(24h T.D.)

Ce module est la suite du module 1L5MP21 du premier semestre avec un approfondissement de l'utilisation de Maple et/ou Matlab.

Les thèmes étudiés présenteront des modélisations et des illustrations des Mathématiques plus substantiels qu'au premier semestre.

MODULE : MODULE D'OUVERTURE (PROJET) – 1L6MP5M
(80h)

Ce module consiste à la préparation d'un projet (= mémoire), portant sur des thèmes mathématiques hors du programme.

Exemples de thèmes (la liste n'est nullement exhaustive) :

- Groupes de Lie classiques,
- Systèmes dynamiques,
- Géométrie projective,
- Géométrie hyperbolique,
- Théorie spectrale,
- Mécanique céleste,
- Histoire des Mathématiques,
- etc

MODULE : LANGUES VIVANTES – 1L5MP6M
(24 h de TD)

Voir Module : 1L5MP5M